



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”  
Etapa locală, 19.02.2017

Filiera tehnologică: profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului

Clasa a X-a

1. Fie expresia  $E(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 5} + \sqrt{x^2 - 4x + 20}$ .
  - a) Aflați minimul expresiei  $E(x)$ .
  - b) Rezolvați ecuația  $E(x) = 15$ .
  - c) Demonstrați că numărul  $n = \sqrt[3]{16 + 8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{16 - 8\sqrt{5}}$  este număr întreg.
2. Se consideră numerele  $a = \log_2 3$  și  $b = \log_3 5$ .
  - a) Determinați valoarea expresiei  $E = 4^a - 3^b$ .
  - b) Demonstrați că  $a > b$ .
3. a) Aflați partea reală a numărului complex  $z = \sum_{k=0}^{2016} (k+1) \cdot i^k$ .
  - b) Rezolvați în  $\mathbb{C}$  ecuația  $\frac{z+i}{z+i} = 1+2i$ .
  - c) Calculați  $S = z_1^4 + z_2^4$ , unde  $z_1, z_2$  sunt soluțiile ecuației  $z^2 + 2z + 2 = 0, z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ .
4. O albină zboară în primul cadran al unui sistem de coordonate  $(xOy)$  pe un grafic de ecuație  $y = 2^x + 2^{-x}$ ,  $x$  reprezentând timpul în minute și  $y$  distanța parcursă în centimetri.
  - a) În cât timp albina parcurge distanța de 2,5 m?
  - b) Demonstrați că  $f\left(\frac{1+3}{2}\right) \leq \frac{f(1)+f(3)}{2}$ ,  $y = f(x)$ .
  - c) Aflați distanța parcursă de albină într-un timp  $x = \log_{\sqrt{2}} 5$ .

**Notă:**

**Timp de lucru 3 ore.**

**Toate subiectele sunt obligatorii.**

**Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.**